

# Unternehmensbewertung bei persönlicher Einkommensteuer - Sind die Kapitalkosten ein fruchtbares Konzept?

Jochen Wilhelm

## Korrigiertes Reprint aus:

Horst Wildemann (Hrsg.), Organisation und Personal - Festschrift für Rolf Bühner, TCW Transfer-Centrum GmbH & Co. KG: München 2004 (ISBN 3-937236-08-2), S. 941-961

Bedauerlicherweise ist durch einen redaktionellen Fehler nicht die hier abgedruckte letzte, sondern eine Vorversion in den Band eingegangen.

PROFESSOR DR. JOCHEN WILHELM  
Universität Passau  
Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre  
mit Schwerpunkt Finanzierung  
D-94032 Passau  
e-mail: [jochen.wilhelm@uni-passau.de](mailto:jochen.wilhelm@uni-passau.de)

## **Inhalt**

1. Einführung und Problemstellung .....	3
2. Modellbausteine und Bezeichnungen .....	5
3. Spezifikationshypothesen .....	8
4. Einige klassische Bewertungsansätze (in modernem Gewande).....	12
4.1 Hypothesenkonforme Wertprozesse .....	12
4.2 Der Gordon-Shapiro-Ansatz .....	14
4.3 Das (zwei-stufige) Phasen-Bewertungsverfahren.....	15
5. Kapitalkosten und Arbitrage-Freiheit .....	16
5.1 Arbitragefreie Bewertung ohne Steuern .....	16
5.2 Arbitragefreie Bewertung mit Steuern.....	18
6. Zusammenfassung und Ausblick .....	20
7. Anhang .....	21
Literatur.....	23
Anmerkungen.....	25

# 1. Einführung und Problemstellung

In der Unternehmensbewertung, aber auch in anderen Teildisziplinen der Betriebswirtschaftslehre wie Investitionstheorie und Finanzierungspolitik spielen Kapitalkosten eine herausragende Rolle. Instrumentelle Bedeutung haben sie auch für die heute viel diskutierte wertorientierte Unternehmenssteuerung, wie sie Rolf Bühner<sup>1</sup> bis in die Organisationslehre<sup>2</sup> hinein seit langem vertritt. Um so erstaunlicher ist es, dass man in der Literatur kaum brauchbare abstrakte Definitionen von Kapitalkosten vorfindet; so erscheint z.B. dieser Begriff in der neuesten Auflage eines Standardlehrbuchs der Investitions- und Finanzierungstheorie (Franke/Hax (2004)) zwar im Textteil in der Gestalt von Gesamtkapitalkosten, aber als solcher nicht einmal im Index. Im „Managementlexikon“, das von Rolf Bühner herausgegeben wurde, findet sich im Stichwort „Kapitalkosten“ die Definition: „Kapitalkosten sind die Kosten des von einem Unternehmen eingesetzten Kapitals“<sup>3</sup>, worauf eine Enumeration von Bestandteilen folgt. Bei Perridon/Steiner (2003), einem anderen Standardlehrbuch des Fachs, findet sich die Erläuterung:<sup>4</sup> „Bei der Ermittlung der betriebswirtschaftlichen Kapitalkosten ist in die Kosten des Eigen- und des Fremdkapitals zu trennen. .... Bei der Ermittlung der **Eigenkapitalkosten** (Hervorhebung im Original) ... im Sinne der Renditeerwartungen der Anteilseigner ...“. Semantisch ist im Deutschen nicht scharf zwischen **Renditeerwartungen** und **Renditeforderungen** zu unterscheiden, während fachsprachlich „Erwartungen“ Erwartungswerte im mathematisch-statistischen Sinne, Forderungen hingegen zu erfüllende Ansprüche sind. Ohne intensional übereinzustimmen, werden beide Phänomene in einem Marktkontext, so argumentieren Franke/Hax (2004), der numerischen Höhe nach übereinstimmen. In der (deutschsprachigen) Investitionstheorie und in der (deutschsprachigen) Unternehmensbewertungslehre findet neben oder auch substituierend der Begriff des Kalkulationszinsfußes Verwendung<sup>5</sup>, wobei wiederum Kapitalkosten auch als Kalkulationszinsfuß (d.h. ihn materiell bestimmend) eine Rolle finden.<sup>6</sup>

Diese zweifellos lückenhafte Bestandsaufnahme lässt es reizvoll erscheinen, das in der Literatur nicht vollständig klare, aber offenbar für bedeutungsvoll gehaltene Konzept der Kapitalkosten einem Versuch der Präzisierung zu unterziehen. In diesem Sinne ist der vorliegende Beitrag konstruktiv gemeint; insoweit folgt unsere Sichtweise übrigens zu einem gewissen Teil dem Grundkonzept von Kruschwitz/Löffler (2003), das sie ihrer in Arbeit befindlichen Monographie zur Unternehmensbewertung zu Grunde legen. Nach erfolgter Rekonstruktion wird sich aber insbesondere durch den Einbezug von persönlichen Steuern ein gewisses Unbehagen einstellen, insofern als eine Fülle von Schwierigkeiten aufgedeckt werden, die sich bei konsequenter Anwendung des Konzeptes einstellen. Die Schwierigkeiten betreffen die mangelnde Fähigkeit, unter Verwendung des Konzepts bestimmte empirische Phänomene erklären zu können, das Scheitern des Versuchs, eine konsistente Beziehung zwischen Vor- und Nach-Steuer-Kapitalkosten herzustellen, und die mögliche Kollision des Konzepts mit arbitrage-theoretischen Prinzipien.

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut: Zunächst (Abschnitt 2) werden die für die Argumentation notwendigen formalen Konzepte vorgestellt, Abschnitt 3 enthält sogenannte Spezifikationshypothesen, die aus dem tautologischen Ausgangskonzept von den Renditeerwartungen das Kapitalkostenkonzept in der Form entwickelt, wie es in Literatur und Praxis verwendet wird. Abschnitt 4 rekonstruiert nach der Entwicklung einer abstrakten Theorie von mit den Spezifikationshypothesen kompatiblen (Unternehmens-)Wertprozessen zwei gängige „Discounted-cashflow-Verfahren“ unter expliziter Berücksichtigung von stochastischen Cashflows (jeweils mit und ohne persönliche Einkommensteuer). Abschnitt 5 behandelt das ernüchternde Verhältnis von Kapitalkosten-Konzept und Arbitragefreiheit. Abschnitt 6 fasst die Ergebnisse zusammen und wirft einen Blick auf mögliche Konsequenzen. Einige Beweisschritte sind in den Anhang (Abschnitt 7) verlagert worden.

## 2. Modellbausteine und Bezeichnungen

Den (Eigenkapital-)Wert des betrachteten Unternehmens im Zeitablauf bezeichnen wir mit  $V_t$ ; die auf das Eigenkapital ausgeschütteten Cashflows (Zahlungen an Fremdfinanciers und Ertragssteuern sind also bereits abgezogen) werden mit  $D_t$  notiert. Für die zeitliche Entwicklung der Informationsstruktur wird wie üblich ein Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathbb{F}, \mu)$  mit der Filtrierung  $\mathbb{F} = \{\mathcal{F}_t \mid t \in \mathbb{R}_+\}$  angenommen. Technisch gesprochen sind dann  $V_t$  und  $D_t$  bezüglich  $\mathcal{F}_t$  messbar, d.h. im Zeitpunkt  $t$  liegen die in  $\mathcal{F}_t$  zum Ausdruck kommenden Informationen über den laufenden Unternehmenswert und den Cashflow vor. Werden persönliche Einkommensteuern berücksichtigt, so setzen wir einen konstanten (Grenz-)Steuersatz  $\tau_G$  für eine eventuelle Besteuerung/Steuererstattung der Wertveränderung (Kursgewinne/Kursverluste)  $V_{t+1} - V_t$  und einen ebenfalls konstanten (Grenz-)Steuersatz  $\tau_D$  für die Besteuerung der Cashflows  $D_t$  voraus. Schließlich sei  $\tau_I$  der Satz, mit dem Zinseinkommen besteuert wird. Wir legen ein Zeitgitter mit der Schrittweite 1 (Einheitsperiode) und einen Prozess  $r_t$  für den kurzfristigen (d.h. auf die Einheitsperiode bezogenen) risikofreien Zinssatz zu Grunde. Außerdem unterstellen wir die Existenz eines Konsolenbonds (ewige Rente) mit dem Coupon  $c$  und dem Preisprozess  $p_t$ .<sup>7</sup>

Unter den (Eigen-)Kapitalkosten versteht man nun in erster Annäherung die erwartete Rendite des (Eigen-) Kapitals über die Einheitsperiode. Im Fall ohne Steuern ergibt sich als definitorische Beziehung für die Kapitalkosten  $\hat{k}$  (in Abgrenzung zu den Ausführungen weiter unten, sprechen wir von „Kapitalkosten vor Steuern“):

$$1 + \hat{k} = \frac{E\{V_{t+1} + D_{t+1} \mid \mathcal{F}_t\}}{V_t} \quad (2.1)$$

Da man in (2.1) nicht ohne weiteres davon ausgehen kann, dass die rechte Seite vom Betrachtungszeitpunkt unabhängig ist, müssen die Kapitalkosten zunächst mit einem Zeitindex versehen werden. Etwas umgestellt, erhält man eine Beziehung, in der der

Unternehmenswert  $V_t$  durch den (bedingt unter  $\mathcal{F}_t$ ) erwarteten Wert des Unternehmens in  $t+1$  und die Kapitalkosten vor Steuern  $\hat{k}_t$  „erklärt“ wird:

$$V_t = \frac{1}{1 + \hat{k}_t} E \{ V_{t+1} + D_{t+1} | \mathcal{F}_t \} \quad (2.2)$$

woraus man durch Rekursion die allgemeine Formel

$$V_t = \sum_{s=t+1}^T E \left\{ \left[ \prod_{h=t}^{s-1} \frac{1}{1 + \hat{k}_h} \right] \cdot D_s | \mathcal{F}_t \right\} + E \left\{ \left[ \prod_{h=t}^{T-1} \frac{1}{1 + \hat{k}_h} \right] \cdot V_T | \mathcal{F}_t \right\} \quad (2.3)$$

gewinnt. (2.3) bestimmt den Unternehmenswert aus zwei Komponenten, den erwarteten „diskontierten“ Ausschüttungen und dem erwarteten „diskontierten“ Unternehmenswert an einem nicht näher bestimmten Zeithorizont  $T$ . Die verwendeten Diskontierungsfaktoren sind die Produkte von ein-periodigen, aus den jeweiligen Kapitalkosten gebildeten Abzinsungsfaktoren; diese Abzinsungsfaktoren sind i. Allg. sowohl zeit- als auch zustandsabhängig. Man muss darauf hinweisen, dass diese Beziehung im Grunde genommen tautologisch, d.h. ohne empirischen Gehalt ist, da sie unmittelbare Konsequenz der Definition (2.1) der Kapitalkosten ist. Erst durch Verwendung von zusätzlichen Hypothesen über Eigenschaften von gewissen Bestandteilen von (2.3) kann man gegebenenfalls empirisch gehaltvolle Aussagen gewinnen. Das soll in folgenden Abschnitten geschehen.

Die Einführung von Einkommensteuern führt zu folgenden Modifikationen: Die „Kapitalkosten nach Steuern“  $\hat{k}^\tau$  ergeben sich definitorisch als erwartete Nach-Steuer-Rendite aus

$$1 + \hat{k}^\tau = \frac{E \{ V_{t+1} + D_{t+1} - \tau_G (V_{t+1} - V_t) - \tau_D \cdot D_{t+1} | \mathcal{F}_t \}}{V_t} \quad (2.4)$$

Aus (2.4) werden gegenüber (2.1) die Steuern auf Wertveränderungen  $\tau_G (V_{t+1} - V_t)$  und auf Ausschüttungen  $\tau_D \cdot D_{t+1}$  bei der Renditeberechnung abgesetzt.<sup>8</sup>

Aus (2.1) und (2.4) folgt ein erster definitorischer Zusammenhang:

$$\hat{k}^\tau = \hat{k} - \tau_D \frac{E(D_{t+1} | \mathcal{F}_t)}{V_t} - \tau_G \left( \frac{E(V_{t+1} | \mathcal{F}_t)}{V_t} - 1 \right) \quad (2.5)$$

Die zu (2.3) analoge „Erklärung“ des Unternehmenswertes durch die Kapitalkosten nach Steuern lautet:<sup>9</sup>

$$V_t = \frac{1}{1 + \hat{k}_t^\tau - \tau_G} E\{V_{t+1}(1 - \tau_G) + D_{t+1}(1 - \tau_D) \mid \mathcal{F}_t\} \quad (2.6)$$

woraus wiederum durch Rekursion das Gegenstück zu (2.3) folgt

$$V_t = \sum_{s=t+1}^T E\left\{ \left[ \prod_{h=t}^{s-1} \frac{1 - \tau_G}{1 + \hat{k}_h^\tau - \tau_G} \right] \frac{1 - \tau_D}{1 - \tau_G} \cdot D_s \mid \mathcal{F}_t \right\} + E\left\{ \left[ \prod_{h=t}^{T-1} \frac{1 - \tau_G}{1 + \hat{k}_h^\tau - \tau_G} \right] V_T \mid \mathcal{F}_t \right\} \quad (2.7)$$

Die Vor-Steuer-Formel (2.3) und die Nach-Steuer-Formel (2.7) sind strukturähnlich: Statt der unversteuerten Cashflows  $D_t$  in (2.3) werden in (2.7) steuerbereinigte Cashflows  $\frac{1 - \tau_D}{1 - \tau_G} D_t$  diskontiert; in der Steuerbereinigung spiegelt sich die direkte Steuer auf Ausschüttungen, aber auch die Tatsache, dass zukünftige Ausschüttungen den Wertzuwachs bestimmen, wider. Der Unternehmenswert  $V_T$  am Horizont wird ohne Bereinigung diskontiert, wobei allerdings die Besteuerung im Diskontierungsfaktor berücksichtigt wird. Die Diskontierungsfaktoren lauten

$$\prod_{h=t}^{s-1} \frac{1 - \tau_G}{1 + \hat{k}_h^\tau - \tau_G} = \prod_{h=t}^{s-1} \frac{1}{1 + \frac{\hat{k}_h^\tau}{1 - \tau_G}}$$

für das Abzinsen von Zahlungen im Zeitpunkt  $s$  auf den Zeitpunkt  $t$ . Sie sind also nicht *nur* von den Nach-Steuer-Kapitalkosten abhängig. Zwei Sonderfälle sind instruktiv: Wenn Ausschüttungen und Wertzuwächse gleich besteuert werden ( $\tau_D = \tau_G$ ), sind beide Beziehungen strukturgleich mit  $\hat{k}_h^\tau = (1 - \tau_G) \cdot \hat{k}_h$  bzw.  $\hat{k}_h^\tau = (1 - \tau_D) \cdot \hat{k}_h$ . Der zweite Sonderfall liegt vor, wenn eine Wertzuwachsbesteuerung unterbleibt ( $\tau_G = 0$ ). In diesem Fall sind gemäß (2.7) die *versteuerten* Ausschüttungen zu diskontieren, wobei die Kapitalkosten vor und nach Steuern strukturell, allerdings auch nur strukturell gleich sind. Werden allerdings Wertveränderungen steuerlich berücksichtigt, ist es im Allgemeinen nicht mehr richtig, mit den Nach-Steuer-Kapitalkosten wie mit einem Zinssatz, einem „Kalkulationszinssatz“ zu operieren; als Kalkulationszinssatz bei der Abzinsung muss vielmehr  $\frac{\hat{k}_h^\tau}{1 - \tau_G}$  gewählt werden. Dem nicht entsprechende Gewohnheiten in der Literatur<sup>10</sup> sind also zumindest nicht ungefährlich.

### 3. Spezifikationshypothesen

Um die definitionsimplizierten Tautologien (2.3) und (2.7) in empirisch gehaltvolle Aussagen zu transformieren, sind, wie schon angedeutet, weitere Hypothesen notwendig. Solche Hypothesen können akzeptierte empirische Sachverhalte widerspiegeln oder sich auf unbeobachtbare Konstrukte beziehen.<sup>11</sup> Im hier betrachteten Problemzusammenhang sind Hypothesen bezüglich der Kapitalkosten und bezüglich des Ausschüttungsprozesses denkbar.

Wir formulieren zunächst eine Hypothese, die einen nicht direkt beobachtbaren Sachverhalt betrifft, ohne die aber kaum weiterführende Konsequenzen aus (2.3) und (2.7) denkbar sind:

*Unabhängigkeitshypothese:* Für jeden Zeitpunkt  $t=1, \dots, T-1$  ist  $\{k_1, \dots, k_t, D_{t+1}\}$  (bzw.  $\{k_1^\tau, \dots, k_t^\tau, D_{t+1}\}$ ) eine Menge unabhängiger Zufallsvariablen; dasselbe gilt für  $\{k_1, \dots, k_{T-1}, V_T\}$  (bzw.  $\{k_1^\tau, \dots, k_{T-1}^\tau, V_T\}$ ).

Die Unabhängigkeitshypothese impliziert (im Fall ohne Steuern):

$$V_t = \sum_{s=t+1}^T \prod_{h=t}^{s-1} E \left( \frac{1}{1 + \hat{k}_h} \middle| \mathcal{F}_t \right) \cdot E \{ D_s | \mathcal{F}_t \} + \prod_{h=t}^{T-1} E \left( \frac{1}{1 + \hat{k}_h} \middle| \mathcal{F}_t \right) \cdot E \{ V_T | \mathcal{F}_t \} \quad (3.1)$$

und (im Fall mit Steuern):

$$V_t = \sum_{s=t+1}^T \left[ \prod_{h=t}^{s-1} E \left( \frac{1 - \tau_G}{1 + \hat{k}_h^\tau - \tau_G} \middle| \mathcal{F}_t \right) \right] \frac{1 - \tau_D}{1 - \tau_G} \cdot E(D_s | \mathcal{F}_t) + \prod_{h=t}^{T-1} E \left( \frac{1 - \tau_G}{1 + \hat{k}_h^\tau - \tau_G} \middle| \mathcal{F}_t \right) \cdot E(V_T | \mathcal{F}_t) \quad (3.2)$$

In den Gleichungen (3.1) und (3.2) werden die Unternehmenswerte als Barwerte der zukünftig *erwarteten* Cashflows erklärt (zuzüglich des Barwertes des am Zeithorizont erwarteten Unternehmenswertes); zur Abzinsung verwendet man

$$\prod_{h=t}^{s-1} E \left( \frac{1}{1 + \hat{k}_h} \middle| \mathcal{F}_t \right) \quad (3.3)$$

bzw.

$$\prod_{h=t}^{s-1} \mathbb{E} \left( \frac{1 - \tau_G}{1 + \hat{k}_h^\tau - \tau_G} \mid \mathcal{F}_t \right) \quad (3.4)$$

für die Bewertung von erwarteten (Netto-)Zahlungen im Zeitpunkt  $s$  aus Sicht von Zeitpunkt  $t < s$ . Wie aus (3.3) und (3.4) hervorgeht, wird *nicht mit den erwarteten Kapitalkosten* abgezinst, sondern *mit dem Erwartungswert eines aus den Kapitalkosten (und dem Steuersatz  $\tau_G$ ) gebildeten Abzinsungsfaktor*.

Als weitere Spezifikationshypothese formulieren wir:<sup>12</sup>

*Hypothese von der zeitlichen Konstanz der Kapitalkosten:* Es gilt für alle  $h$  und  $t$  mit  $h > t$

$$\mathbb{E} \left( \frac{1}{1 + \hat{k}_h} \mid \mathcal{F}_t \right) = \frac{1}{1 + k}$$

bzw.

$$\mathbb{E} \left( \frac{1 - \tau_G}{1 + \hat{k}_h^\tau - \tau_G} \mid \mathcal{F}_t \right) = \frac{1 - \tau_G}{1 + k^\tau - \tau_G}$$

mit konstanten Größen  $k$  bzw.  $k^\tau$ .

Im Allgemeinen sind die Größen  $k$  bzw.  $k^\tau$  genau besehen *weder Kapitalkosten noch erwartete Kapitalkosten*. Gleichwohl folgen wir diesem missbräuchlichen Sprachgebrauch und sprechen von Vor- und Nach-Steuer-Kapitalkosten  $k$  bzw.  $k^\tau$ .

Zusammen mit dieser Hypothese ergeben sich die folgenden Bewertungsformeln<sup>13</sup>

$$V_t = \sum_{s=t+1}^T \left( \frac{1}{1 + k} \right)^{s-t} \cdot \mathbb{E}(D_s \mid \mathcal{F}_t) + \left( \frac{1}{1 + k} \right)^{T-t} \cdot \mathbb{E}(V_T \mid \mathcal{F}_t) \quad (3.5)$$

$$V_t = \sum_{s=t+1}^T \left( \frac{1 - \tau_G}{1 + k^\tau - \tau_G} \right)^{s-t} \frac{1 - \tau_D}{1 - \tau_G} \cdot \mathbb{E}(D_s \mid \mathcal{F}_t) + \left( \frac{1 - \tau_G}{1 + k^\tau - \tau_G} \right)^{T-t} \cdot \mathbb{E}(V_T \mid \mathcal{F}_t) \quad (3.6)$$

Der Vergleich von (3.5) und (3.6) lässt nun einen ersten Schluss in Bezug auf die Fruchtbarkeit des Kapitalkonzepts zu, wenn man die Unabhängigkeitshypothese und die Hypothese von der zeitlichen Konstanz der Kapitalkosten als konstitutiv akzeptiert. Wir können eine erste These formulieren:<sup>14</sup>

*Im Allgemeinen kann man denselben Unternehmenswert nicht sowohl durch Kapitalkosten ohne Berücksichtigung von persönlichen Steuern als auch durch Kapitalkosten mit Berücksichtigung von persönlichen Einkommensteuern erklären.*

Zur Begründung betrachten wir den Preis eines Unternehmens, das im Zeitpunkt  $T$  liquidiert werden soll, dessen Liquidationswert im Zeitpunkt  $T$  also ganz in der Ausschüttung  $D_T$  aufgeht; es müsste unter Gleichsetzung von (3.5) und (3.6) für diesen Fall ( $V_T = 0$ )

$$\left(\frac{1}{1+k}\right)^{s-t} = \left(\frac{1-\tau_G}{1+k^\tau - \tau_G}\right)^{s-t} \frac{1-\tau_D}{1-\tau_G} \quad (3.7)$$

für alle  $T \geq s > t$  gelten; das ist offensichtlich nur in dem Fall gegeben, in dem Wertzuwächse und Ausschüttungen gleich besteuert werden.

Ein weiteres Argument ergibt sich bei Betrachtung des Sonderfalls des Konsolenbonds; hier müsste gelten (bei entsprechender Notation für die Kapitalkosten  $k_c$  bzw.  $k_c^\tau$  des Konsolenbonds):

$$\begin{aligned} p_t &= \frac{c}{k_c} + \left[ E(p_T | \mathcal{F}_t) - \frac{c}{k_c} \right] \cdot \left( \frac{1}{1+k_c} \right)^{T-t} \\ &= \frac{1-\tau_D}{1-\tau_G} \cdot \frac{c}{k_c^\tau} + \left[ E(p_T | \mathcal{F}_t) - \frac{1-\tau_D}{1-\tau_G} \cdot \frac{c}{k_c^\tau} \right] \cdot \left( \frac{1-\tau_G}{1+k_c^\tau - \tau_G} \right)^{T-t} \end{aligned}$$

Diese Bedingung ist im Allgemeinen nur durch

$$p_t = \frac{c}{k_c} = \frac{1-\tau_D}{1-\tau_G} \cdot \frac{c}{k_c^\tau} \quad (3.8)$$

und

$$E(p_T | \mathcal{F}_t) = \frac{c}{k_c} = \frac{1-\tau_D}{1-\tau_G} \cdot \frac{c}{k_c^\tau} \quad (3.9)$$

zu erfüllen, selbst wenn man eine Wertzuwachsbesteuerung ausschließt. Dazu ist die Setzung

$$k_c^\tau = \frac{1-\tau_D}{1-\tau_G} \cdot k_c \quad (3.10)$$

erforderlich. In diesem Sonderfall eines Konsolenbonds kann der Wert zwar sowohl durch Kapitalkosten vor Steuern als auch durch Kapitalkosten nach Steuern erklärt werden (Vor- und Nach-Steuer-Kapitalkosten sind dann vermöge (3.10) miteinander verknüpft, stimmen also insbesondere überein, wenn Ausschüttungen und Wertzuwächse gleich besteuert werden). Allerdings erfordert das die aus (3.8) und (3.9) folgende Bedingung

$$p_t = E(p_T | \mathcal{F}_t) = \frac{c}{k_c} = \frac{1 - \tau_D}{1 - \tau_G} \cdot \frac{c}{k_c^\tau}, \quad (3.11)$$

mit der das offensichtliche empirische Phänomen des stochastischen Schwankens der Preise von Konsolenbonds in der Zeit nicht erklärt werden kann. Damit kommen wir zur Formulierung einer weiteren These:

*Das Kapitalkostenkonzept kollidiert mit als gesichert geltenden empirischen Beobachtungen bzw. theoretischen Prinzipien.*

Ein erster Beleg ist eben geliefert worden, mehr dazu in den folgenden Abschnitten.

An dieser Stelle ist darauf aufmerksam zu machen, dass die hier gemachten Ausführungen einen engen Bezug zur Diskussion um die Fristigkeitsstruktur der Zinssätze und um die Erwartungshypothese derselben aufweisen. Die Einführung der ersten Spezifikationshypothese führt implizit zu einer Identifikation von aus Terminzinssätzen gebildeten und erwarteten aus Spotzinssätzen gebildeten Diskontierungsfaktoren.<sup>15</sup> Das Kapitalkostenkonzept macht zwischen beiden dann keinen Unterschied mehr, unterstellt nämlich die Möglichkeit von Spot-Geschäften zu Terminalsätzen; unter Sicherheit unproblematisch, folgt daraus bei Unsicherheit ein Teil der hier thematisierten Problematik, ein Teil übrigens, der auch in der Lehrbuchliteratur zur (klassischen) betriebswirtschaftlichen Investitionstheorie Spuren hinterlässt. Der Unterschied zwischen beiden Sichtweisen wird deutlich, wenn man auf die zweite Spezifikationshypothese verzichtet; in der Sichtweise der „Terminkapitalkosten“, die wir nachdrücklich vertreten, wird der Diskontierungsfaktor zu (wir verzichten auf den Nach-Steuer-Fall):

$$\prod_{h=0}^{s-1} \frac{1}{1 + k_h}, \quad (3.12)$$

während er in der weitgehend herkömmlichen Sichtweise<sup>16</sup> zu

$$\left( \frac{1}{1+k_s} \right)^s \quad (3.13)$$

wird.

## 4. Einige klassische Bewertungsansätze (in modernem Gewande)

### 4.1 Hypothesenkonforme Wertprozesse

Die Ergebnisse des vorigen Abschnittes laden dazu ein, die Konsistenz von Eigenschaften des Wertprozesses  $V_t$  mit dem Kapitalkostenkonzept, konkretisiert durch die beiden oben formulierten zentralen Hypothesen, allgemeiner zu diskutieren. Betrachtet man den Prozess der Ausschüttungen  $D_t$  als gegeben, so muss der Wertprozess einer stochastischen Differenzgleichung (Spezialfall von (2.2)):

$$E(V_{t+1} | \mathcal{F}_t) - (1+k) \cdot V_t = -E(D_{t+1} | \mathcal{F}_t) \quad (4.1)$$

bzw. unter Berücksichtigung von persönlichen Einkommensteuern (Spezialfall von (2.6)):

$$E(V_{t+1} | \mathcal{F}_t) - \frac{1+k^\tau - \tau_G}{1-\tau_G} V_t = -\frac{1-\tau_D}{1-\tau_G} \cdot E(D_{t+1} | \mathcal{F}_t) \quad \text{für alle } t = 0, 1, \dots \quad (4.2)$$

folgen. (4.1) und (4.2) sind inhomogene lineare stochastische Differenzgleichungen erster Ordnung. Wie bei allen linearen Gleichungen besteht die Lösungsgesamtheit jeweils aus einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung, kombiniert mit dem Raum aller Lösungen der homogenen Gleichung. Durch die Vorgabe von Randbedingungen können unter Umständen eindeutige Lösungen mit bestimmten Eigenschaften charakterisiert werden. *Eine* partikuläre Lösung ist in unserem Falle jeweils durch die Barwerte aller zukünftigen Ausschüttungen

$$V_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} (1+k)^{-(s-t)} \cdot E(D_s | \mathcal{F}_t) \quad (4.3)$$

bzw.

$$V_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} \left[ \frac{1+k^\tau - \tau_G}{1-\tau_G} \right]^{-(s-t)} \frac{1-\tau_D}{1-\tau_G} \cdot E(D_s | \mathcal{F}_t) \quad (4.4)$$

gegeben. Die Lösungen der homogenen Gleichungen (4.1) bzw. (4.2) sind durch zu  $\mathbb{F}$  passende Prozesse  $B_t$  gegeben, die die Bedingungen

$$B_t = \frac{1}{1+k} \cdot E(B_{t+1} | \mathcal{F}_t) \quad (4.5)$$

bzw.

$$B_t = \frac{1-\tau_G}{1+k^\tau - \tau_G} \cdot E(B_{t+1} | \mathcal{F}_t) \quad (4.6)$$

erfüllen. Prozesse dieser Art werden gelegentlich als (spekulative) „Blasen“ bezeichnet.<sup>17</sup> Sie könnten in unserem Zusammenhang Vermutungen über Wertsteigerungen des Unternehmens repräsentieren, die sich nicht in den Ausschüttungen niederschlagen, also z.B. Wertsteigerungen aus durch Liquidation realisierbaren stillen Reserven. Allerdings müsste ein eigener theoretischer Ansatz zur Begründung einer Blase entwickelt werden<sup>18</sup> (könnte hier die Substanzwertmethode der klassischen Unternehmensbewertungslehre eine Rolle spielen?). Nur eine solche (spekulative) Blase könnte also im Rahmen des Kapitalkostenkonzepts die Erklärung für das Schwanken der Preise für Konsolenbonds liefern:

$$p_t = \frac{c}{k_c} + B_t = \frac{1-\tau_D}{1-\tau_G} \cdot \frac{c}{k_c^\tau} + B_t^\tau, \quad (4.7)$$

wobei  $B_t = \frac{1}{1+k} E(B_{t+1} | \mathcal{F}_t)$  bzw.  $B_t^\tau = \frac{1}{1 + \frac{k^\tau}{1-\tau_G}} E(B_{t+1}^\tau | \mathcal{F}_t)$  gelten müsste.

Ist am Zeithorizont  $T$  der Unternehmenswert  $V_T$  als Randbedingung gegeben, so sind eindeutige Lösungen von (4.1) bzw. (4.2) für  $t = 0, \dots, T$  durch

$$V_t = \sum_{s=t+1}^T (1+k)^{-(s-t)} \cdot E(D_s | \mathcal{F}_t) + (1+k)^{-(T-t)} \cdot E(V_T | \mathcal{F}_t) \quad (4.8)$$

bzw.

$$V_t = \sum_{s=t+1}^T \left[ \frac{1+k^r - \tau_G}{1-\tau_G} \right]^{-(s-t)} \frac{1-\tau_D}{1-\tau_G} \cdot E(D_s | \mathcal{F}_t) + \left( \frac{1+k^r - \tau_G}{1-\tau_G} \right)^{-(T-t)} \cdot E(V_T | \mathcal{F}_t) \quad (4.9)$$

gegeben. Gelten Transversalitätsbedingungen, so sind die partikulären Lösungen eindeutige Lösungen, nämlich

$$V_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} (1+k)^{-(s-t)} \cdot E(D_s | \mathcal{F}_t) \quad (4.10)$$

für den Vor-Steuer-Fall bzw.

$$V_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} \left[ \frac{1-k^r - \tau_G}{1-\tau_G} \right]^{-(s-t)} \frac{1-\tau_D}{1-\tau_G} \cdot E(D_s | \mathcal{F}_t) \quad (4.11)$$

für den Nach-Steuer-Fall.

Der Vergleich von (4.10) und (4.11) bestätigt erneut das oben abgeleitete Ergebnis (erste These), dass derselbe Wertprozess nicht zugleich durch Kapitalkosten auf Vor-Steuer- und auf Nach-Steuer-Basis erklärt werden kann, dazu müsste nämlich die Bedingung (vgl. (3.7))

$$1+k = \frac{1+k^r - \tau_G}{1-\tau_G} \cdot \sqrt[h]{\frac{1-\tau_D}{1-\tau_G}} \quad (4.12)$$

für alle  $h \geq 1$  erfüllt sein, was offensichtlich nur der Fall wäre, wenn auf der Ebene persönlicher Einkommen Wertzuwächse in gleicher Höhe wie Ausschüttungen besteuert würden.<sup>19</sup>

## 4.2 Der Gordon-Shapiro-Ansatz

Im traditionellen Gordon-Shapiro-Ansatz wird ein gleichmäßiges Wachstum der Cash-flows berücksichtigt; im gewählten Kontext kann man

$$D_t = (1+g_t) \cdot D_{t-1} \quad (4.13)$$

notieren. Nimmt man zur Vereinfachung unabhängige Wachstumsraten (d.h.  $E(g_{t+h} | \mathcal{F}_t) = E(g_{t+h})$ ) und konstante erwartete Wachstumsraten (d.h.  $E(g_{t+h}) = \bar{g}$ ) an, so folgen aus (4.10) und (4.11) die Beziehungen<sup>20</sup>

$$V_t = D_t \cdot \frac{1 + \bar{g}}{k - \bar{g}} \quad (\text{für alle } k > \bar{g}) \quad (4.14)$$

bzw.<sup>21</sup>

$$V_t = D_t \cdot \frac{(1 + \bar{g})(1 - \tau_D)}{k^\tau - \bar{g}(1 - \tau_G)} \quad (\text{für alle } k^\tau > \bar{g}(1 - \tau_G)) \quad (4.15)$$

Dieser Sonderfall<sup>22</sup> erlaubt, wie schon oben abgeleitet, erneut eine konsistente Verknüpfung von Vor- und Nach-Steuer-Kapitalkosten:

$$k^\tau = (1 - \tau_D) \cdot k + \bar{g}(\tau_D - \tau_G) \quad (4.16)$$

(4.16) fällt mit (3.10) zusammen, wenn die erwartete Wachstumsrate null ist oder Wertzuwächse und Ausschüttungen gleich besteuert werden.

### 4.3 Das (zwei-stufige) Phasen-Bewertungsverfahren

Offensichtlich haben (4.14) und (4.15) strenge empirische Implikationen, sagen sie doch eine strikte Proportionalität von Unternehmenswert und laufendem Cashflow voraus. Damit haben wir eine dritte, die zweite stützende, These begründet:

*Der klassische Bewertungsansatz im Geiste von Gordon-Shapiro sagt eine empirisch nicht zu beobachtende feste Beziehung zwischen Unternehmenswert und laufender Ausschüttung voraus.*

Neben den Kapitalkostenkonzept als solchem ist diese Implikation auf die schematische Wachstumsprämisse einschließlich der Annahme unabhängiger Wachstumsraten zurückzuführen. Nicht nur aus diesem Grund werden in der Praxis gerne die Beziehungen (4.14) bzw. (4.15) nicht für den Unternehmenswert als Ganzes, sondern nur als Abschätzung für den Unternehmenswert jenseits des Zeithorizonts verwendet, indem man

$$V_T = D_T \cdot \frac{1 + E(g_{T+1} | \mathcal{F}_T)}{k - E(g_{T+1} | \mathcal{F}_T)} \quad (4.17)$$

bzw.

$$V_T = D_T \cdot \frac{(1 + E(g_{T+1} | \mathcal{F}_T))(1 - \tau_D)}{k^\tau - E(g_{T+1} | \mathcal{F}_T)(1 - \tau_G)} \quad (4.18)$$

in (4.8) bzw. (4.9) einsetzt und die Cashflows der Perioden bis zum Zeithorizont  $T$  einzeln abschätzt.<sup>23</sup> Diese Vorgehensweise verwischt allerdings nur die konzeptionellen Mängel des Kapitalkostenansatzes, ohne sie zu beheben.

## 5. Kapitalkosten und Arbitrage-Freiheit

Bei den bisherigen Überlegungen stand vor allem die Frage nach der Konsistenz von Vor- und Nach-Steuer-Kapitalkosten allgemein und im Rahmen klassischer Bewertungsansätze im Vordergrund des Interesses. Dabei erübrigte sich eine Analyse der Bestimmungsgründe für die Höhe der Kapitalkosten. Die heute übliche Sichtweise, nach der die Finanzmärkte als im Wesentlichen arbitragefrei betrachtet werden, zwingt allerdings dazu, den Kapitalkostenansatz mit dem Paradigma der Arbitrage-Freiheit zu konfrontieren. Da es in diesem Beitrag um die grundsätzliche Frage nach der Fruchtbarkeit des Kapitalkostenkonzepts geht, darf sich eine Analyse der Beziehung zur Arbitrage-Freiheit zunächst auf ein einfaches Modell beschränken, das allerdings gleichwohl hinreichend komplex ist, um gehaltvolle Aussagen zu ermöglichen. So betrachten wir einen Finanzmarkt, der mit kurzfristig risikofreier Anlage und Konsolenbond bereits vollständig ist, also eine arbitragefreie Bewertung des betrachteten Unternehmens ermöglicht.<sup>24</sup> Gegenstand des Interesses sind dann die Konsequenzen für die angenommenen Kapitalkosten.

### 5.1 Arbitragefreie Bewertung ohne Steuern

Die Renditen (+1) der drei Finanzmarktobjekte (kurzfristige risikofreie Anlage, Konsolenbond und zu bewertendes Unternehmen) sind über die Periode  $[t, t+1]$  durch

$1 + r_t$ ,  $\frac{p_{t+1} + c}{p_t}$  und  $\frac{V_{t+1} + D_{t+1}}{V_t}$  gegeben. Aus der Annahme, der Markt aus risikofreier

Anlage und Konsolenbond sei bereits vollständig und unter Einschluss des Unternehmens arbitragefrei, folgt, dass die Unternehmensrendite (sofern sie *nicht* selbst risiko-

frei ist) vollständig (positiv oder negativ) mit der Rendite des Konsolenbonds korreliert sein muss. Insgesamt muss also gelten

$$\frac{V_{t+1} + D_{t+1}}{V_t} = (1 - \alpha)(1 + r_t) + \alpha \cdot \frac{p_{t+1} + c}{p_t} \quad (5.1)$$

mit  $|\alpha| = \frac{\text{std}(V_{t+1} + D_{t+1} | \mathcal{F}_t)}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t)} \cdot \frac{p_t}{V_t}$ . Bildet man den Erwartungswert über (5.1) und ver-

wendet die Definition (2.2) so folgt

$$1 + \hat{k} = 1 + r_t \pm \frac{\text{std}(V_{t+1} + D_{t+1} | \mathcal{F}_t)}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) \cdot V_t} (E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c - (1 + r_t) \cdot p_t) \quad (5.2)$$

bzw.

$$\hat{k} = r_t \pm \frac{E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c - (1 + r_t) \cdot p_t}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t)} \cdot \text{std}\left(\frac{V_{t+1} + D_{t+1}}{V_t} \middle| \mathcal{F}_t\right) \quad (5.3)$$

wobei das Pluszeichen (bzw. Minuszeichen) bei vollständiger positiver (bzw. negativer) Korrelation des Konsolenbonds mit der Unternehmensrendite relevant ist. Der Ausdruck

$$\frac{E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c - (1 + r_t) \cdot p_t}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t)} \quad (5.4)$$

ist als „Marktpreis des relevanten Risikos“ im betrachteten Marktsegment aufzufassen, während

$$\pm \text{std}\left(\frac{V_{t+1} + D_{t+1}}{V_t} \middle| \mathcal{F}_t\right) \quad (5.5)$$

das Risiko der Unternehmensrendite darstellt (in diesem einfachen Modell ist das gesamte Risiko mit dem systematischen Risiko identisch).

(5.3) sind Kapitalkosten im Sinne der Spezifikationshypothesen, wenn sowohl der Zinssatz wie der Marktpreis des Risikos als auch das Risiko der Unternehmensrendite deterministisch und zeitlich konstant sind. Diese Anforderungen müssen schon für sich genommen als erhebliche Einschränkung der Anwendbarkeit (und damit Fruchtbarkeit) des Kapitalkostenkonzepts angesehen werden; darauf wurde oben bei der Formulierung der Spezifikationshypothesen schon abstrakt hingewiesen. Die eigentliche

Problematik wird aber erst bei simultaner Betrachtung von Arbitragefreiheit im Vor- und im Nach-Steuer-Fall zu Tage treten.

## 5.2 Arbitragefreie Bewertung mit Steuern

Die Berücksichtigung der persönlichen Einkommensteuern erfordert nur geringe Modifikationen; die Nach-Steuer-Renditen sind durch

$$1 + r_t(1 - \tau_I), \quad \frac{p_{t+1} + c \cdot (1 - \tau_I) - (p_{t+1} - p_t) \cdot \tau_G}{p_t} \quad \text{sowie} \quad \frac{V_{t+1} + D_{t+1}(1 - \tau_D) - (V_{t+1} - V_t)\tau_G}{V_t}$$

gegeben. Arbitrage-Freiheit und Annahme der Vollständigkeit des Marktes erfordern hier

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t+1}(1 - \tau_G) + D_{t+1}(1 - \tau_D) + V_t \cdot \tau_G}{V_t} \\ &= (1 - \alpha^\tau)(1 + r_t(1 - \tau_I)) + \alpha^\tau \frac{p_{t+1}(1 - \tau_G) + c(1 - \tau_I) + p_t \cdot \tau_G}{p_t} \end{aligned} \quad (5.6)$$

mit

$$|\alpha^\tau| = \frac{\text{std}(V_{t+1}(1 - \tau_G) + D_{t+1}(1 - \tau_D) | \mathcal{F}_t)}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t)(1 - \tau_G)} \cdot \frac{p_t}{V_t}$$

Die zu (5.3) analoge Formel ergibt sich folglich zu

$$\begin{aligned} \hat{k}^\tau &= (1 - \tau_I) \cdot r_t \pm \frac{E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c \frac{1 - \tau_I}{1 - \tau_G} - p_t \left(1 + r_t \frac{1 - \tau_I}{1 - \tau_G}\right)}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t)} \\ &\quad \cdot \text{std}\left(\frac{V_{t+1}(1 - \tau_G) + D_{t+1}(1 - \tau_D)}{V_t} \middle| \mathcal{F}_t\right) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Die arbitragefreien Nach-Steuer-Kapitalkosten setzen sich gemäß (5.7) aus dem Steuer-bereinigten Zinssatz und einer Risikoprämie zusammen; das Risiko wird durch die Standardabweichung der Nach-Steuer-Rendite gemessen, der Marktpreis des Risikos unterscheidet sich ebenfalls durch Steuer-Einflüsse von dem im Vor-Steuer-Fall.

Der Vergleich von (5.7) und (5.3) fördert nun Merkwürdigkeiten zu Tage, die die Fruchtbarkeit des Kapitalkostenkonzepts in weitere erhebliche Zweifel ziehen. Unterstellt man, der Markt bewerte im Vor-Steuer-Fall risikoneutral, dann ist der Marktpreis des Risikos in (5.3) gleich null, d.h. es gilt

$$E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c = (1 + r_t) \cdot p_t \quad (5.8)$$

und die Vor-Steuer-Kapitalkosten sind gleich dem risikofreien Zinssatz, enthalten damit keine Risikoprämie. Mit (5.8) ermittelt man aber für den Marktpreis des Risikos im Nach-Steuer-Fall den Wert

$$\left( \frac{1 - \tau_I}{1 - \tau_G} - 1 \right) \cdot \frac{c - r_t \cdot p_t}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t)} \quad (5.9)$$

der im Allgemeinen von null verschieden ist. Man steht also vor der paradoxen Situation, dass vor Steuern risikoneutral bewertet werden mag, nach Steuern aber eine Risikoprämie in den Kapitalkosten zu verrechnen wäre.

Hinter der „Paradoxie“, die in (5.9) zum Ausdruck kommt (vor Steuern risikoneutrale, nach Steuern risikorelevante Bewertung), steht eine allgemeinere Inkonsistenz: Im Allgemeinen ist der Markt ohne Steuern und der mit Steuern nicht bei denselben Preisverhältnissen simultan arbitragefrei<sup>25</sup> (davon ausgenommen ist nur der Fall, in dem alle Steuersätze dieselbe Höhe aufweisen ( $\tau_D = \tau_G = \tau_I$ ), in welchem Fall ausweislich (5.9) das gerade geschilderte Paradoxon ebenfalls nicht auftritt). Welchen Sinn kann es dann aber haben, über Kapitalkosten vor und nach Steuern bzw. über deren Zusammenhang zu rasonieren, wenn jeweils eines der Konzepte gar nicht arbitragefrei formulierbar ist?<sup>26</sup> Das hieße geradezu, ein Phänomen (Kapitalkosten nach Steuern) mit Referenz auf ein Phantom (Kapitalkosten vor Steuern) substantiieren zu wollen. Damit haben wir unsere letzte These begründet:

*Im Allgemeinen sind Kapitalkosten nicht simultan für den Vor- und den Nach-Steuer-Fall arbitragefrei zu konzipieren; die in Literatur und Praxis beliebte Bezugnahme der beiden Kapitalkostensätze aufeinander ist ökonomisch sinnlos.*

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Das Kapitalkostenkonzept wurde im vorliegenden Beitrag zunächst präzise als erwartete Rendite über die Einheitsperiode definiert, die häufig in der Literatur verwendete Definition als „geforderte Rendite“ bzw. als Rendite der (welcher?) Alternativenanlage ist nicht operational. Um allerdings zu Aussagen zu kommen, die einen Vergleich mit Ergebnissen der Unternehmensbewertungslehre erlauben, mussten wir Spezifikationshypothesen einführen, die das übliche Barwertkalkül zulassen, aber zu einer Einschränkung der Erklärungskraft des Kapitalwertkonzeptes führen. Wir konnten nachweisen, dass es unter Berücksichtigung von persönlichen Einkommensteuern im Allgemeinen nicht möglich ist, denselben Unternehmenswert durch Vor-Steuer- und Nach-Steuer-Kapitalkosten zur erklären. Das gab Anlass zu überprüfen, welche (Unternehmens-)Wertprozesse überhaupt mit dem Kapitalkostenkonzept erklärt werden können; das führte auf eine stochastische Differenzgleichung. Im Ergebnis lassen sich Unternehmenswerte als abgezinste Cashflows zuzüglich eines Terms ((spekulative) Blase) auffassen, für den im Rahmen des Kapitalkostenansatzes kein begründendes Konzept vorliegt; durch Randbedingungen (gegebener hypothetischer Liquidationswert oder Transversalitätsbedingung) lassen sich eindeutige Lösungen erzeugen. Auch in diesem Kontext ließ sich nachweisen, dass Vor- und Nach-Steuer-Kapitalkosten im Allgemeinen nicht dieselben Unternehmenswertprozesse erklären können, daher insbesondere keine sinnvolle Beziehung zwischen Vor-Steuer- und Nach-Steuer-Kapitalkostensätzen bestehen können. Trotz unserer gegenüber dem Kapitalkostenkonzept grundsätzlich kritischen Haltung haben wir das klassische Rentenmodell (Gordon-Shapiro-Ansatz) und das Phasenmodell für den Fall der Unsicherheit rekonstruiert. Die bis dahin vorgeführten Überlegungen kamen ohne eine Beantwortung der Frage aus, was materiell die Höhe der Kapitalkosten bestimmt. Im letzten Abschnitt haben wir eine arbitragegestützte Antwort darauf gegeben; im Modell des vollständigen Marktes konnten wir die Kapitalkosten für jeweils eine Periode aus dem risikofreien Zinssatz und einem Risikozuschlag ermitteln. Das gelingt jeweils isoliert im Vor- und im Nach-Steuer-Fall; wir mussten aber zur Kenntnis nehmen, dass im Allgemeinen nicht simultan Arbitragefreiheit im Vor- und im Nach-Steuer-Fall gegeben

sein kann, die formal mögliche Verknüpfung von Vor- und Nach-Steuer-Kapitalkosten also ökonomisch fragwürdig ist.

Was ist zu tun? Die Arbitrage Theorie weist einen Weg, die Bewertungstheorie grundsätzlich ohne das Kapitalkostenkonzept zu begründen.<sup>27</sup> Als formaler Rahmen dienen dabei die Beziehungen (2.3) für den Vor-Steuer- und (2.7) für den Nach-Steuer-Fall. Die bedingt erwarteten Periodenrenditen  $\hat{k}_h$  bzw.  $\hat{k}_h^\tau$  lassen sich in einfachen Fällen analog zu (5.3) (Vor-Steuer-Fall) bzw. (5.7) (Nach-Steuer-Fall) ermitteln, wobei allerdings letztlich nur der Nach-Steuer-Fall relevant ist. Von der Vorstellung, die Bewertungsprobleme mit einfachen, (scheinbar) intuitiven Konzepten bewältigen zu können, muss man dabei allerdings Abschied nehmen. Hier nicht angesprochene Problemgebiete wie die Bewertung des Unternehmens als Ganzes unter Berücksichtigung der Besteuerung auf Unternehmensebene und der Finanzierungspolitik sowie eine konsistente Arbitrage Theorie bei persönlicher Einkommenbesteuerung sind natürlich noch zu beackernde Forschungsfelder. Die Diskussion der Rolle von „Blasen“ bei unbegrenzter Lebensdauer von Unternehmen weist zudem auch auf offene Fragen der Arbitragefreiheit in solchen Märkten.

## 7. Anhang

Es wird hier nachgewiesen, dass die Märkte mit und ohne Einkommensteuern nicht simultan arbitragefrei sein können. Dazu wird die Differenz der Kapitalkosten gemäß (2.5), die auf den jeweiligen Definitionen beruhen, mit der Differenz zwischen (5.2) und (5.7) verglichen, die auf der jeweiligen arbitragefreien Konstruktion der Kapitalkosten basiert.

Kombiniert man (5.2) mit der Definition der Kapitalkosten (im Nicht-Steuer-Fall), so erhält man

$$1 + k_t = \frac{E(V_{t+1} + D_{t+1} | \mathcal{F}_t)}{V_t} = 1 + r_t + \frac{E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c - (1 + r_t) \cdot p_t}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t)} \cdot \text{std}\left(\frac{V_{t+1} + D_{t+1}}{V_t} \middle| \mathcal{F}_t\right) \quad (7.1)$$

Aus (7.1) kann man  $\text{std}\left(\frac{V_{t+1} + D_{t+1}}{V_t} \middle| \mathcal{F}_t\right)$  bestimmen, um (5.2) mit (5.7) zu verknüpfen.

Das wird im Folgenden benutzt.

Zunächst betrachten wir den Fall, in dem alle Steuersätze identisch sind, d.h.  $\tau = \tau_G = \tau_D = \tau_I$ . Dann wird aus (2.5) die Bedingung

$$\begin{aligned} k - k^\tau &= \tau \cdot k \\ \text{bzw.} & \\ k_t^\tau &= (1 - \tau)k_t \end{aligned} \tag{7.2}$$

Aus (5.7) ermittelt man

$$\begin{aligned} k^\tau &= (1 - \tau) \cdot r_t + \frac{E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c - (1 + r_t) \cdot p_t}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t)} (1 - \tau) \cdot \text{std}\left(\frac{V_{t+1} + D_{t+1}}{V_t} \middle| \mathcal{F}_t\right) \\ &= (1 - \tau) \cdot \left\{ r_t + \frac{E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c - (1 + r_t) \cdot p_t}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t)} \cdot \text{std}\left(\frac{V_{t+1} + D_{t+1}}{V_t} \middle| \mathcal{F}_t\right) \right\} \end{aligned} \tag{7.3}$$

Verwendet man (7.1), so erhält man

$$k^\tau = (1 - \tau)k \tag{7.4}$$

was in der Tat mit (7.2) übereinstimmt. Sind also alle Steuersätze identisch, entstehen keine Probleme, beide Marktsituationen können simultan arbitragefrei sein. Anders bei differierenden Steuersätzen:

Zur Vereinfachung untersuchen wir die Vollausschüttung des Unternehmensvermögens im Zeitpunkt  $t + 1$ , d. h.  $V_{t+1} = 0$ . Dann wird aus (2.5)

$$k^\tau = (1 - \tau_D)k - [\tau_D - \tau_G] \tag{7.5}$$

Arbitragefreie Kapitalkosten vor Steuern sind in diesem Fall durch

$$k = r_t + \frac{E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c - (1 + r_t) \cdot p_t}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t)} \cdot \text{std}\left(\frac{D_{t+1}}{V_t} \middle| \mathcal{F}_t\right) \tag{7.6}$$

gegeben, die nach Steuern durch

$$k^\tau = (1 - \tau_I) \cdot r_t + (1 - \tau_D) \frac{E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c \frac{1 - \tau_I}{1 - \tau_G} - \left(1 + r_t \frac{1 - \tau_I}{1 - \tau_G}\right) \cdot p_t}{\text{std}(p_{t+1} | \mathcal{F}_t)} \cdot \text{std}\left(\frac{D_{t+1}}{V_t} \middle| \mathcal{F}_t\right) \tag{7.7}$$

Setzt man (7.6) entsprechend in (7.7) ein, so erhält man

$$k^r = (1 - \tau_I) \cdot r_t + (1 - \tau_D)[k - r_t] \frac{E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c \frac{1 - \tau_I}{1 - \tau_G} - \left(1 + r_t \frac{1 - \tau_I}{1 - \tau_G}\right) \cdot p_t}{E(p_{t+1} | \mathcal{F}_t) + c - (1 + r_t) p_t} \quad (7.8)$$

was im Allgemeinen (d.h. bei differierenden Steuersätzen) nicht mit (7.5) übereinstimmen wird (man nehme nur den Fall  $r_t = 0$  und  $c = 0$ ).

## Literatur

- Arni, J.-L. (1989):** Die Kontroverse um die Realitätsnähe der Annahmen in der Ökonomie, Verlag Rüegger, Grusch/Schweiz.
- Ballwieser, W. (1997):** Kalkulationszinsfuß und Steuern, in: Der Betrieb, 50, S. 2393-2396.
- Barucci, E. (2003):** Financial Markets Theory - Equilibrium, Efficiency and Information, Springer Verlag, Berlin et al.
- Booth, L. (2003):** Discounting Expected Values with Parameter Uncertainty, in: Journal of Corporate Finance, 9, S. 505-519.
- Bühner, R. (1990):** Das Management-Wert-Konzept, Schäffer-Verlag, Stuttgart.
- Bühner, R. (Hrsg.) (2001):** Management-Lexikon, R. Oldenbourg Verlag, München-Wien.
- Bühner, R. (2004):** Betriebswirtschaftliche Organisationslehre, 10. Auflage, R. Oldenbourg Verlag, München-Wien.
- Dirrigl, H. (1988):** Die Bewertung von Beteiligungen an Kapitalgesellschaften - Betriebswirtschaftliche Methoden und steuerlicher Einfluß, S + W Steuer- und Wirtschaftsverlag, Hamburg.
- Drukarczyk, J. (2001):** Unternehmensbewertung, 3. Auflage, Verlag Franz Vahlen, München.
- Franke, G., Hax, H. (2004):** Finanzwirtschaft des Unternehmens und Kapitalmarkt, 5. Auflage, Springer Verlag, Berlin et al.

- Gordon, M. J., Gould, L. (1978):** The Cost of Equity Capital with Personal Income Taxes and Flotation Costs, in: *Journal of Finance*, 33, S. 1201-1212.
- Gordon, M. J., Shapiro, E. (1956):** Capital Equipment Analysis: The Required Rate of Profit, in: *Management Science*, 3, S. 102-110.
- Günther, R. (1998):** Unternehmensbewertung: Kapitalisierungszinssatz nach Einkommensteuer bei Risiko und Wachstum im Phasenmodell, in: *Betriebsberater*, 53, S. 1834-1842.
- Haugen, R., Heins, A. (1969):** The Effects of Personal Income Taxes on the Stability of Equity Value, in: *National Tax Journal*, 22, S. 466-471.
- Ingersoll, J. E., Jr. (1987):** *Theory of Financial Decision Making*, Rowman & Littlefield, Totowa/New Jersey.
- Institut der Wirtschaftsprüfer in Deutschland e.V. (Hrsg.) (2002):** *Wirtschaftsprüferhandbuch 2002, Handbuch für Rechnungslegung, Prüfung und Beratung, Band II*, IDW-Verlag, Düsseldorf.
- Kruschwitz, L., Löffler, A. (1998):** Unendliche Probleme bei der Unternehmensbewertung, in: *Der Betrieb*, 51, S. 1041-1043.
- Kruschwitz, L., Löffler, A. (2003):** DCF (Part I), Stand: März 2003, <http://ssrn.com/abstract=389408>.
- Kruschwitz, L., Löffler, A. (2003a):** Zur Bewertung ewig lebender Unternehmen mit Hilfe von DCF-Verfahren, in: *Der Betrieb*, 56, S. 1401-1402.
- Laitenberger, J. (2003):** Kapitalkosten, Finanzierungsprämissen und Einkommenssteuer, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 73, 1221-1239.
- Laitenberger, J., Löffler, A. (2002):** Capital Budgeting in Arbitrage-Free Markets, <http://ssrn.com/abstract=318159>.
- Löffler, A. (2003):** Das Standardmodell unter Unsicherheit ist ökonomisch unsinnig, Arbeitspapier, Universität Hannover, Lehrstuhl Banken und Finanzierung.
- O'Brian, Th. J. (1991):** The Constant Growth Model and Personal Taxes, in: *Journal of Business Finance & Accounting*, 18, S. 125-132.
- Perridon, L., Steiner, M. (2003):** *Finanzwirtschaft der Unternehmung*, 12. Auflage, Verlag Franz Vahlen, München.

**Rhiel, R. (2001):** Anmerkungen zum Steuerparadoxon in der Unternehmensbewertung bei Risiko und Wachstum, in: *Finanz Betrieb*, 3, S. 15-17.

**Richter, F. (2004):** Valuation With or Without Income Taxes, in: *Schmalenbach Business Review*, 56, S. 20-45.

**Wilhelm, J. (2003):** Unternehmensbewertung - Eine finanzmarkttheoretische Untersuchung, Passauer Diskussionspapiere B-10-03.

## Anmerkungen

<sup>1</sup> Vgl. Bühner (1990).

<sup>2</sup> Vgl. Bühner (2004), besonders S. 157-163.

<sup>3</sup> Artikel „Kapitalkosten“ in Bühner (2001), S.406.

<sup>4</sup> Perridon/Steiner (2004), S. 494.

<sup>5</sup> Für viele andere Drukarczyk (2001).

<sup>6</sup> Auch diese Konzeption findet man bei Franke/Hax (2004), S. 475.

<sup>7</sup> Damit ist im Prinzip eine differenzierte Modellierung der Zinsstruktur entsprechend einem Zwei-Faktor-Modell möglich; im vorliegenden Zusammenhang dient dieses Wertpapier allerdings nur der Referenzierung der Bewertung des in Rede stehenden Unternehmens auf ein anderes Marktobjekt. Statt des Konsolenbonds kann man ebenso gut ein beliebiges anderes Wertpapier als Bezugspunkt wählen.

<sup>8</sup> In einem Steuersystem, das keinen Verlustausgleich bei Wertverlusten zulässt, ist  $V_{t+1} - V_t$  durch

$\max\{V_{t+1} - V_t, 0\}$  zu ersetzen, die nachfolgenden Ausführungen bleiben davon weitgehend unberührt.

<sup>9</sup> Dass Steuersystem und Steuersätze ebenfalls unsichere Größen sind, ist jedem schmerzlich bekannt, soll aber hier nicht weiter thematisiert werden.

<sup>10</sup> So neuerdings wieder Laitenberger (2003).

<sup>11</sup> Vgl. dazu z. B. Arni (1989).

<sup>12</sup> Diese Hypothese kann ohne gravierende Konsequenzen für unsere Überlegungen fallen gelassen werden; allerdings ist sie kaum zu umgehen, wenn man im Rahmen eines „Rentenmodells“ argumentieren will. So unterscheidet auch Ballwieser (1997) das Rentenmodell, in dem nur ein zeitunabhängiger Satz Verwendung findet, von dem Nichtrentenmodell, in dem zeitbezogenen Kalkulationszinsfüße postuliert werden, wobei sich die Zeitabhängigkeit aus einem periodenspezifischen Risikozuschlag auf einen konstanten Zinssatz ableitet. Diese, für eine große Gruppe von Autoren typische Vorgehensweise verkennt den grundlegenden Unterschied zwischen Termin- und Spotzinssätzen, ein Unterschied, der sich auch auf die periodenspezifischen Risikoprämien erstreckt. Dazu im Einzelnen Wilhelm (2003).

<sup>13</sup> (3.5) ist gewöhnlich der nicht weiter hinterfragte Startpunkt für die Analyse von Unternehmensbewertungsfragen ohne Einkommensteuerberücksichtigung. (3.6) dagegen wird in dieser Form nicht verwendet, vielmehr diskontiert man mit „den Kapitalkosten nach Steuern“ (vgl. Franke/Hax (2004), S. 470 oder auch kürzlich wieder Laitenberger (2003)).

<sup>14</sup> Dieser Sachverhalt ist in Literatur und Praxis nicht unbekannt (vgl. Günther (1998), Rhiel (2000) u.v.a.m.), wird dort aber anders, nämlich als ein Auseinanderfallen der Ergebnisse einer Brutto-Bewertung (ohne ESt.) und einer Netto-Bewertung (mit ESt.) nach dem Ertragswertverfahren interpretiert; dabei könne, so die Literatur, auch ein Steuer-Paradoxon auftreten (Unternehmenswert nach Steuern höher als Unternehmenswert vor Steuern).

<sup>15</sup> Vgl. zu diesem Problemkreis Ingersoll (1987), S. 387-409.

<sup>16</sup> Z.B. Ballwieser (1997).

<sup>17</sup> Vgl. Barucci (2003), S. 175.

<sup>18</sup> Kruschwitz/Löffler (2003a) stoßen unter Sicherheit auf dasselbe Phänomen bei dem Versuch einer Korrektur der Herleitung ihres „Paradoxons“ (Kruschwitz/Löffler (1998)), nach dem ein Unternehmen, das mit Sicherheit niemals ausschüttet, einen Marktwert von null haben müsse, selbst wenn intern erzeugte (im Prinzip ausschüttbare) Cashflows stets zu Renditen über den Kapitalkosten angelegt würden.

<sup>19</sup> Zu einem entsprechenden Ergebnis kommt Richter (2004), S. 31 im Rahmen eines speziellen Binomialmodells allerdings unter der zusätzlichen Annahme, dass auch der Steuersatz auf Zinseinkünfte mit den anderen Sätzen

identisch sei (diese Annahme ist offensichtlich unnötig), zudem werden dort nicht die von uns entwickelten Spezifikationshypothesen thematisiert.

<sup>20</sup> Vgl. Gordon/Shapiro (1956).

<sup>21</sup> Vgl. Haugen/Heins (1969), Gordon/Gould (1978), O'Brian (1991).

<sup>22</sup> Gibt man die Prämisse unabhängiger Wachstumsraten auf, lässt sich das Ergebnis i. Allg. nicht mehr halten: Nimmt man z. B. für  $w_t = \log(1 + g_t)$  einen stationären Prozess mit dem Erwartungswert  $\bar{w}$  an, dann gilt

$$E(D_t) = D_0 \cdot \left[ \exp \left\{ \bar{w} + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^t \gamma(h) \right\} \right]^t \text{ mit der Kovarianzfunktion } \gamma(h) = \text{cov}(w_t, w_{t+h}) \text{ des Wachstumsratenpro-$$

zesses. Eine Identifikation von  $1 + \bar{g}$  (in (4.14) bzw. (4.15) mit  $\exp \left\{ \bar{w} + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^t \gamma(h) \right\}$  ist nicht möglich, da

der Exponentialausdruck im Allg. von  $t$  abhängt, wenn die Wachstumsraten *nicht* unabhängig sind. Einen Ansatz unter Berücksichtigung von korrelierten Wachstumsraten findet man in Booth (2003); Laitenberger/Löffler (2002) untersuchen etwas allgemeiner den Zusammenhang zwischen Entwicklungsmodellen für die Cashflows des Unternehmens und den zugehörigen Kapitalkosten.

<sup>23</sup> Vgl. zu dieser Vorgehensweise etwa Dirrigl (1988), S. 166-169 und WP Handbuch (2002), S. 114-117.

<sup>24</sup> Ein solcher Markt ist vom Black-Scholes-Typ, d.h. binomial oder lokal normalverteilt.

<sup>25</sup> Der etwas komplizierte Nachweis für diese Aussage wird im Anhang geführt.

<sup>26</sup> Eine ähnliche Beobachtung macht Löffler (2003), S. 7: In einem Binomialmodell findet er Inkonsistenzen zwischen arbitragefreier Vor-Steuer- und Nach-Steuer-Bewertung einerseits und einem bestimmten Zusammenhang zwischen den Vor- und Nach-Steuer-Kapitalkosten.

<sup>27</sup> Zu Einzelheiten einer möglichen Vorgehensweise vgl. Wilhelm (2003).