

Lösungsskizzen zu Kapitel 4.3

Aufgabe 4-1

Lösung:

Für das Gruppenmitglied 1 gilt:

$$y^B(a_1) = 40 \cdot 0,5 + 60 \cdot 0,2 + 50 \cdot 0,3 = 47;$$

$$y^B(a_2) = 80 \cdot 0,5 + 30 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,3 = 49;$$

$$y^B(a_3) = 70 \cdot 0,5 + 50 \cdot 0,2 + 30 \cdot 0,3 = 54;$$

Aus der Beziehung $y^B(a_3) > y^B(a_2) > y^B(a_1)$ folgt:

$$a_3 P_1 a_2 P_1 a_1.$$

Für das Gruppenmitglied 2 gilt:

$$y^B(a_1) = 90 \cdot 0,4 + 40 \cdot 0,5 + 70 \cdot 0,1 = 63;$$

$$y^B(a_2) = 80 \cdot 0,4 + 50 \cdot 0,5 + 50 \cdot 0,1 = 62;$$

$$y^B(a_3) = 60 \cdot 0,4 + 80 \cdot 0,5 + 30 \cdot 0,1 = 67;$$

Aus der Beziehung $y^B(a_3) > y^B(a_1) > y^B(a_2)$ folgt:

$$a_3 P_2 a_1 P_2 a_2.$$

Aufgabe 4-2

Lösung:

a) $A = \{a_1, a_2, a_3\}$

$$H = \left\{ \begin{array}{l} (a_1 P a_2 P a_3); (a_1 P a_3 P a_2); (a_1 P a_2 I a_3); (a_1 I a_2 P a_3); (a_1 I a_3 P a_2); \\ (a_1 I a_2 I a_3); (a_2 P a_1 P a_3); (a_2 P a_3 P a_1); (a_2 P a_1 I a_3); (a_2 I a_3 P a_1); \\ (a_3 P a_1 P a_2); (a_3 P a_2 P a_1); (a_3 P a_1 I a_2) \end{array} \right\}.$$

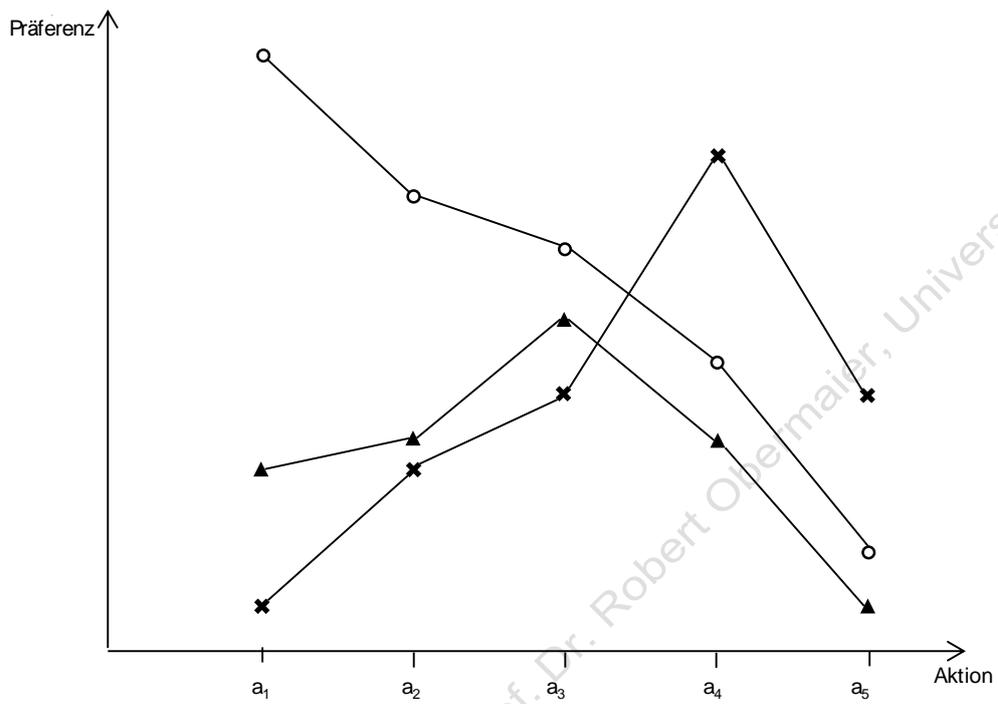
$$\|H\| = 13$$

b) Die Anzahl der Aggregationsmechanismen beträgt $13^{\binom{13}{2}} = 13^{371293}$

Aufgabe 4-3**Lösung:**

Um zu zeigen, dass ein Präferenzprofil der Eingipfelbedingung genügt, reicht es aus, eine Anordnung der Aktionen zu finden, die diese Bedingung erfüllt.

Wie nachstehende Abbildung zeigt, weist die Anordnung nach aufsteigenden Indizes diese Eigenschaft auf.



Aufgabe 4-3**Lösung:**

Für die Indexmengen gilt:

$$D_1 = \{4\}; D_2 = \{2,3,5\}; D_3 = \{1\}; D_4 = \emptyset$$

Gemäß (4.2-5) errechnen sich die bedingten Wahrscheinlichkeiten für die Wahl der Aktion a_i durch die Gruppe bei Vorliegen des Umweltzustandes s_j als:

$p(a_i s_j)$	s_1	s_2	s_3
a_1	0,2	0,2	0,3
a_2	0,6	0,7	0,4
a_3	0,2	0,1	0,3
a_4	0	0	0

Entsprechend der Beziehung (4.2-4) gilt für den Erwartungswert des Risikonutzens bei Einsatz der Gruppe:

$$\begin{aligned} Y_G &= 0,25(0,2 \cdot 10000 + 0,6 \cdot 30000 - 0,2 \cdot 6000 + 0 \cdot 12000) \\ &\quad + 0,40(-0,2 \cdot 3000 + 0,7 \cdot 10000 + 0,1 \cdot 11000 + 0 \cdot 0) \\ &\quad + 0,35(0,3 \cdot 15000 + 0,4 \cdot 12000 + 0,3 \cdot 40000 - 0 \cdot 10000) \\ &= 0,25 \cdot 18800 + 0,40 \cdot 7500 + 0,35 \cdot 21300 = 15155 \end{aligned}$$

Entscheidet die Instanz selber, so errechnet sich:

$$Y_I^B(a_1) = 10000 \cdot 0,25 - 3000 \cdot 0,40 + 15000 \cdot 0,35 = 6550$$

$$Y_I^B(a_2) = 30000 \cdot 0,25 + 10000 \cdot 0,40 + 12000 \cdot 0,35 = 15700$$

$$Y_I^B(a_3) = -6000 \cdot 0,25 + 11000 \cdot 0,40 + 40000 \cdot 0,35 = 16900$$

$$Y_I^B(a_4) = 12000 \cdot 0,25 - 10000 \cdot 0,35 = -500$$

und damit

$$Y_I^B(a^*) = 16900$$

Aus der Beziehung $Y_G = 15155 < Y_I^B(a^*) = 16900$ lässt sich entnehmen, dass die Instanz das Entscheidungsproblem nicht auf die Gruppe delegieren soll.