

Lösungen der Aufgaben zu Entscheidungen bei Ungewissheit

Aufgabe 2.3-1

Gegeben sei ein Entscheidungsproblem unter Ungewissheit mit der Ergebnismatrix

	s_1	s_2	s_3
a_1	5	-2	1
a_2	4	0	-3
a_3	2	6	4

Der Entscheidende verhält sich so, als ob er die Ergebnisse gemäß der Beziehung $w_{ij} = e_{ij}^2 - 8$ bewertet.

Ermitteln Sie die Lösung des Problems mit Hilfe der Savage-Niehans Regel.

Übergang zu Nutzenmatrix gemäß $w_{ij} = e_{ij}^2 - 8$:

	s_1	s_2	s_3
a_1	17	-4	-7
a_2	8	8	1
a_3	-4	28	8

Übergang zur Matrix des Bedauerns

	s_1	s_2	s_3	Max
a_1	0	32	15	32
a_2	9	36	7	36
a_3	21	0	0	21

$\Leftarrow \min$

Es ist die Aktion a_3 zu wählen, da hier das minimale Bedauern am geringsten ist.

Aufgabe 2.3-2

Es seien zwei Entscheidungsprobleme unter Ungewissheit mit den Ergebnismatrizen

	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	5	3	0	6
a_2	6	7	8	0
a_3	8	-2	6	3

und

	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	5	3	0	6
a_2	6	7	0	8
a_3	8	-2	6	3

betrachtet. Der Entscheidende bewertet die Ergebnisse gemäß $w_{ij} = e_{ij}$.

a) Ermitteln Sie die Lösungen beider Probleme nach der Maximin-Regel.

b) Inwieweit sind die mit der Anwendung der Maximin-Regel verbundenen Konsequenzen für jedes Problem allein und im Vergleich der beiden Problem plausibel?

$$y_1^{\text{MIN}}(a_1) = 0$$

$$y_2^{\text{MIN}}(a_1) = 0$$

$$y_1^{\text{MIN}}(a_2) = 0$$

$$y_2^{\text{MIN}}(a_2) = 0$$

$$y_1^{\text{MIN}}(a_3) = -2$$

$$y_2^{\text{MIN}}(a_3) = -2$$

$$y_1^{\text{MIN}}(a^*) = 0 \Rightarrow A_1^* = \{a_1, a_2\}$$

$$y_2^{\text{MIN}}(a^*) = 0 \Rightarrow A_2^* = \{a_1, a_2\}$$

- (a) Die Lösung des ersten Problems scheint dann plausibel, wenn der Entscheidende extrem pessimistisch ist.
- (b) Die Aktion a_1 wird von der Aktion a_2 im zweiten Problem streng dominiert, dennoch ist a_1 in der Lösung A_2^* enthalten.
- (c) Die mit einer Aktion verbundenen Ergebnisse können beliebig zustände vertauscht werden, ohne dass sich damit die Lösung nach der Maximin-Regel ändert.

Aufgabe 2.3-3

Eine Hotelgesellschaft, die über liquide Mittel in Höhe von 1 Million EUR verfügt, plant die Errichtung eines neuen Hotels mit 720 m² Nutzfläche. Ein Sechstel davon geht für Gesellschaftsräume, Foyer, usw. ab. Die Leitung der Gesellschaft steht vor der Frage, in welchem Verhältnis die Zahl der Einzelzimmer zur Zahl der komfortablen Doppelzimmer stehen soll. Für ein Einzelzimmer fallen Ausgaben in Höhe von 20000 EUR an, für ein Doppelzimmer solche von 40000 EUR. An Fläche beansprucht ein Einzelzimmer 10 m², eine Doppelzimmer 30 m². Während die Einzelzimmer langfristig ganzjährig (360 Tage) an eine Fluggesellschaft für 25 EUR pro Übernachtung vermietet werden können, wird der Übernachtungspreis, zu dem sich die angestrebte 75%-Auslastung der Doppelzimmer einstellt, zwischen 60 EUR und 90 EUR liegen.

- a) Bestimmen Sie graphisch die Menge der zulässigen Zimmereinteilungen. (Sehen Sie dabei von der Ganzzahligkeit der Anzahl der Zimmer ab).
- b) Bestimmen Sie graphisch die Anzahl der Einzel- und Doppelzimmer, die die jährlichen Einnahmen aus Übernachtungen nach der Maximin-Regel optimiert.
- c) Zeigen und erläutern Sie die Unvereinbarkeit der Maximin-Regel mit zwei Axiomen, die Luce/Raiffa an eine „rationale“ Entscheidungsregel unter Ungewissheit stellen.

a)

720m² NF -> davon 120m² für Gesellschaftsräume

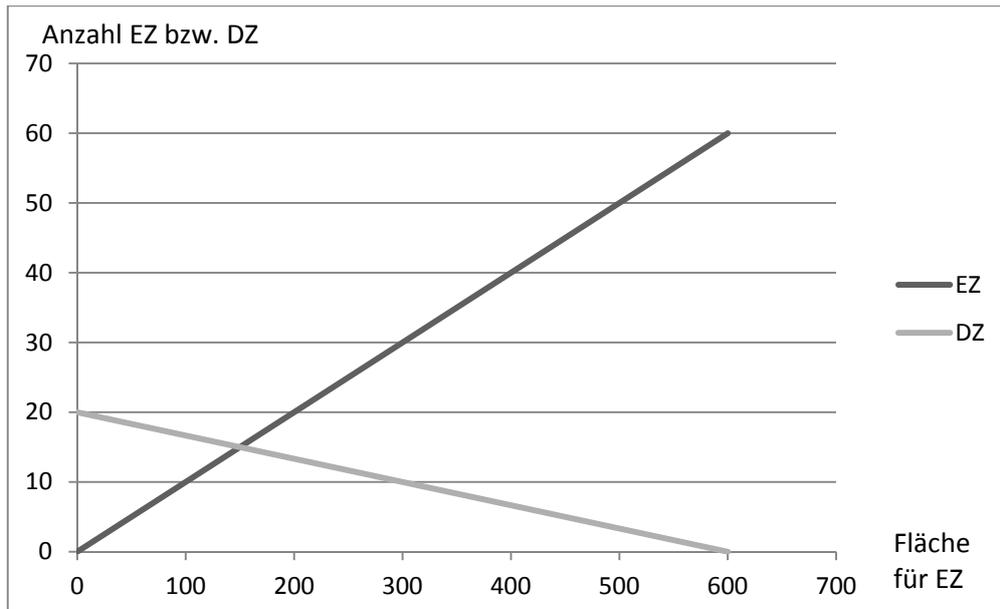
EZ 20.000€ 10m², 25€ 360 Tage

DZ 40.000€ 30m², 60-90€ 270 Tage

x... Fläche für EZ

$$\text{EZ} = \frac{x}{10}$$

$$\text{DZ} = \frac{600-x}{30} = 20 - \frac{x}{30}$$



b)

Zustand 1: Erlös DZ = 60

Zustand 2: Erlös DZ = 90

$$\text{Gesamterlös} = \frac{x}{10} * 25 + (20 - \frac{x}{30}) * 60$$

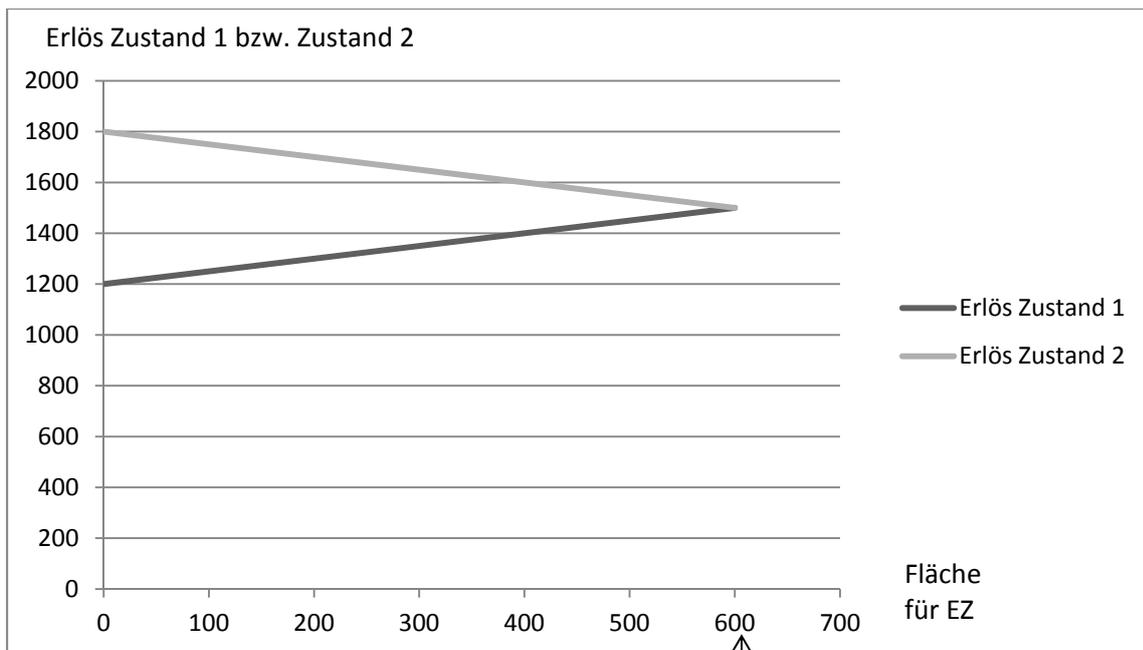
$$\text{Gesamterlös} = \frac{x}{10} * 25 + (20 - \frac{x}{30}) * 90$$

$$= \frac{25}{10} x + 1200 - \frac{60}{20} x$$

$$= \frac{25}{10} x + 1800 - \frac{90}{30} x$$

$$= 0,5x + 1200$$

$$= -0,5x + 1800$$



x^* -> 60 EZ

-> 0 DZ

c)

Anforderung 5:

	s1	s2
a1	3	12
a2	3	10

$A^* = \{a1, a2\}$, jedoch a2 nicht funktional-effizient

Anforderung 7:

	s1	s2
a1	3	9
a2	4	5

$A^* = \{a2\}$



Ergebnisse in s1 erhöhen sich um 3 Einheiten

	s1	s2
a1	6	9
a2	7	5

$A^* = \{a1\}$

Aufgabe 2.3-4

An eine Entscheidungsregel unter Ungewissheit kann man folgende Anforderung stellen:

„Die Lösung eines E. u. U. darf sich nicht ändern, wenn in einer beliebigen Spalte der Ergebnismatrix jedes Ergebnis um den gleichen konstanten Betrag verändert wird.“

- Sollte diese Anforderung von einer als „rational“ zu beurteilenden Entscheidungsregel unter Ungewissheit erfüllt werden?
- Welche der Ihnen bekannten Entscheidungsregeln unter Ungewissheit erfüllen diese Anforderung nicht?
- Lässt sich zwischen der oben genannten Anforderung und den Anforderungen, die Luce und Raiffa an „rationale“ Entscheidungsregeln unter Ungewissheit stellen, ein Zusammenhang erkennen?

-
- a) Der konstante Betrag kann als (positive oder negative) Prämie interpretiert werden, die vor oder nach der Entscheidung gezahlt wird; da die Prämie von der gewählten Aktion unabhängig ist, ist es plausibel zu fordern, dass sie keinen Effekt auf die Rangordnung der Aktionen ausüben sollte.
- b) Diese Forderung wird von der Maximin-Regel, der Maximax-Regel und der Hurwicz-Regel nicht erfüllt.
- c) Entspricht der Anforderung 7 von Luce/Raiffa