Lösungsskizzen zu Kapitel 1.4

Aufgabe 1-1

Lösung:

x_1 : Menge von Produkt 1

x_2 : Menge von Produkt 2

p_1 : Preis von Produkt 1

p_2 : Preis von Produkt 2

$a = (p_1, p_2)$

$A = \{a \mid a = (p_1, p_2); p_1, p_2 \geq 0\}$

Sicherheit $S = \{s_1\}$;

$Z = \{z_1\}$ mit z_1: kurzfristiges Maximum des Gesamtdeckungsbeitrags

Technologie: PAF, Definition des Deckungsbeitrags, Produktionsbeschränkungen

$$PAF_1 : x_1 = 30 - 10p_1$$

$$PAF_2 : x_2 = 90 - \frac{5}{2}p_2$$

$$D = E - K_v$$

$$E = x_1p_1 + x_2p_2 = (30 - 10p_1)p_1 + \left(90 - \frac{5}{2}p_2\right)p_2$$

$$K_v = x_1k_1 + x_2k_2 = (30 - 10p_1)\cdot 1 + \left(90 - \frac{5}{2}p_2\right)\cdot 4$$

$$NB: x_1 + 2x_2 \leq 70$$

$$(30 - 10p_1) + 2\cdot\left(90 - \frac{5}{2}p_2\right) \leq 70$$

$$Zf: D = 30p_1 + 10p_1^2 + 90p_2 - \frac{5}{2}p_2^2 - 30 + 10p_1 - 360 + 10p_2 \to \max$$

$$NB: -10p_1 - 5p_2 + 140 \leq 0$$

$$p_1, p_2 \geq 0$$

Kalkül:

$$L: -10p_1^2 + 40p_1 - \frac{5}{2}p_2^2 + 100p_2 - 390 + \lambda(10p_1 + 5p_2 - 140)$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_1}: -20p_1 + 40 + 10\lambda = 0 \qquad \text{(a)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_2}: -5p_2 + 100 + 5\lambda = 0 \qquad \text{(b)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}: 10p_1 + 5p_2 - 140 = 0 \qquad \text{(c)}$$

Aus (a): $20p_1 = 40 + 10\lambda \Rightarrow p_1 = 2 + \frac{1}{2}\lambda$

Aus (b): $5p_2 = 100 + 5\lambda \Rightarrow p_2 = 20 + \lambda$

In (c): $10(2 + \frac{1}{2}\lambda) + 5(20 + \lambda) - 140 = 0$

$20 + 5\lambda + 100 + 5\lambda - 140 = 0 \Rightarrow 10\lambda = 20 \Rightarrow \lambda = 2$

In (a): $-20p_1 + 40 + 20 = 0 \Rightarrow 20p_1 = 60 \Rightarrow p_1 = 3$

In (b): $-5p_2 + 100 + 10 = 0 \Rightarrow 5p_2 = 110 \Rightarrow p_2 = 22$

$$x_1 = 30 - 10p_1 = 30 - 30 = 0$$

$$x_2 = 90 - \frac{5}{2}p_2 = 90 - \frac{110}{2} = 90 - 55 = 35$$

Aufgabe 1-2

Lösung:

a_1: Aktien behalten a_2: Aktien verkaufen $A = \{a_1, a_2\}$

Entscheidungsproblem unter Sicherheit $S = \{s_1\}$,

z_1: langfristiges Maximum des jährlichen Ertrags $Z = \{z_1\}$

Technologie:

Ertrag aus der Alternativanlage $E = (10 \cdot 230 - 30) \cdot 0,08$

	s_1
a_1	180,0
a_2	181,6

$e_2 > e_1 \Rightarrow a_2 \succ a_1 \Rightarrow$ Aktien verkaufen

Aufgabe 1-3

Lösung:

1.

$a = (p_1, p_2)$

$A = \{a | a = (p_1, p_2); p_1, p_2 \geq 0\}$

Sicherheit: $S = \{s_1\}$;

z_1 : kurzfristige Gewinnmaximierung

$Z = \{z_1\}$

$$G = E - K \rightarrow \max$$

$$G = x_1 p_1 + x_2 p_2 - 140(x_1 + x_2) - 300$$

$$G = (30 - 0,2p_1) \cdot p_1 + (15 - 0,05p_2) \cdot p_2 - 140(30 - 0,2p_1 + 15 - 0,05p_2) - 300$$

$$G = 30p_1 - 0,2p_1^2 + 15p_2 - 0,05p_2^2 - 6300 + 28p_1 + 7p_2 - 300$$

$$G = -0,2p_1^2 + 58p_1 - 0,05p_2^2 + 22p_2 - 6600$$

$$\frac{\partial G}{\partial p_1} = -0,4p_1^* + 58 = 0 \Rightarrow p_1^* = \frac{58}{0,4} = 145$$

$$\frac{\partial G}{\partial p_2} = -0,1p_2^* + 22 = 0 \Rightarrow p_2^* = \frac{22}{0,1} = 220$$

2.

$a = (p)$

$A = \{a | a = p; p \geq 0\}$

Sicherheit: $S = \{s_1\}$;

z_1 : kurzfristige Gewinnmaximierung

$Z = \{z_1\}$

$$G = E - K \rightarrow \max$$

$$G = (30 - 0,2p) \cdot p + (15 - 0,05p) \cdot p - 140(30 - 0,2p + 15 - 0,05p) - 300$$

$$G = 30p - 0,2p^2 + 15p - 0,05p^2 - 6300 + 22p + 7p - 300$$

$$G = (15 - 0,05p) \cdot p - 140(15 - 0,05p) - 300$$

$$G = 15p - 0,05p^2 - 2100 + 7p - 300$$

$$G = -0,05p^2 + 22p - 2400$$

$$\frac{\partial G}{\partial p} = -0,1p + 22 = 0 \Rightarrow p^* = \frac{22}{0,1} = 220$$

$$G(220) = 4 \cdot 220 - 140 \cdot 4 - 300 = 880 - 560 - 300 = 20$$

$$G(160) = 7 \cdot 160 - 140 \cdot 7 - 300 = 1120 - 980 - 300 = -160$$

Aufgabe 1-4

Lösung:
Es ist diejenige (der 120) Aktionen optimal, die zu den geringsten Gesamtlagerkosten führt. Als Entscheidungskalkül existiert daneben die sogenannte SPT-Regel (Shortest-Processing-Time-Regel).

Danach ergibt sich als optimale Reihenfolge:

(C, B, E, A, D), mit den Lagerkosten:

$Z \Rightarrow C$	3 Tage	$3 \cdot 5 \cdot 1000\$$	=	15000$
$C \Rightarrow Z$	3 Tage	$3 \cdot 4 \cdot 1000\$$	=	12000$
$Z \Rightarrow B$	4 Tage	$4 \cdot 4 \cdot 1000\$$	=	16000$
$B \Rightarrow Z$	4 Tage	$4 \cdot 3 \cdot 1000\$$	=	12000$
$Z \Rightarrow E$	7 Tage	$7 \cdot 3 \cdot 1000\$$	=	21000$
$E \Rightarrow Z$	7 Tage	$7 \cdot 2 \cdot 1000\$$	=	14000$
$Z \Rightarrow A$	8 Tage	$8 \cdot 2 \cdot 1000\$$	=	16000$
$A \Rightarrow Z$	8 Tage	$8 \cdot 1 \cdot 1000\$$	=	8000$
$Z \Rightarrow D$	10 Tage	$10 \cdot 1 \cdot 1000\$$	=	10000$
$D \Rightarrow Z$	10 Tage	$10 \cdot 0$	=	0$
		Gesamt		124000$